

7. 4. PROCENT SKŁADANY

Procent składany

, to sposób oprocentowania kapitału K polegający na tym, że dochód w postaci odsetek jest doliczany do kapitału i procentuje wraz z nim w następnym okresie kapitalizacji.

Procent składany liczymy ze wzoru $K = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$

gdzie K - kapitał końcowy

K_0 - kapitał początkowy

p – procent, o który systematycznie zmienia się kapitał początkowy

n – liczba obliczeń procentu (liczba okresów kapitalizacji)

Przykład 7.4.1. Oblicz ile będzie wynosił kapitał w wysokości 5000zł złożony na 5 lat , przy oprocentowaniu rocznym wynoszącym 4%. Ile wynosi wielkość dopisanych odsetek ?

Rozwiązanie	Komentarz
$K_0 = 5000$ - kapitał początkowy $n = 5$ - liczba okresów kapitalizacji $p\% = 4\%$	Wypisujemy dane z zadania.
$K = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ $K = 5000 \left(1 + \frac{4}{100}\right)^5$ $K = 5000 \cdot (1,04)^5$ $K \approx 5000 \cdot 1,2166528$ $K \approx 6083,26$	Stosując wzór $K = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ obliczamy kapitał końcowy
$O = K - K_0$ $O = 6083,26 - 5000 = 1083,26$ Odp. Oszczędności po 5 latach wynoszą 6083,26zł, a odsetki 1083,26zł.	Odsetki O jest to różnica między kapitałem końcowym i kapitałem początkowym.

Przykład 7.4.2. Do jakiej kwoty wzrosnie kapitał w wysokości 3000zł , złożony na trzy lata , jeżeli roczna stopa wynosi 6% , o odsetki są kapitalizowane co kwartał.

Rozwiązanie	Komentarz
$K_0 = 3000$ - kapitał początkowy $n = 3 \cdot 4 = 12$ - liczba okresów kapitalizacji (liczba kwartałów) $p\% = 6\% : 4 = 1,5\%$	Wypisujemy dane z zadania. W roku są 4 kwartały, więc w ciągu 3 lat odsetki będą dopisywane 12 razy. Roczne oprocentowanie wynosi 6% , zatem oprocentowanie kwartalne jest równe 1,5%.
$K = K_0 \cdot \left(1 + \frac{P}{100}\right)^n$ $K = 3000 \left(1 + \frac{1,5}{100}\right)^{12}$ $K = 3000 \cdot (1,015)^{12}$ $K \approx 3000 \cdot 1,1956178$ $K \approx 3586,85$ Odp. Oszczędności po trzech latach wynoszą 3586,85zł	Stosując wzór $K = K_0 \cdot \left(1 + \frac{P}{100}\right)^n$ obliczamy kapitał końcowy

Przykład 7.4.3. Pan Jan wpłacił na rok 2000zł na lokatę HIT , której oferta przedstawiona jest w tabelce:

Rodzaj oprocentowania	zmiennie
Wysokość oprocentowania	6,6% *
Kapitalizacja odsetek	roczna

* Oprocentowanie w dniu założenia lokaty.

Oblicz wysokość naliczonych odsetek wiedząc, że po ośmiu miesiącach od założenia lokaty bank obniżył oprocentowanie do 5,7%.

Rozwiązanie	Komentarz
$K_0 = 2000$ - kapitał początkowy $p_1\% = 6,6\%$ - oprocentowanie przez 8 miesięcy $p_2\% = 5,7\%$ - oprocentowanie przez 4 miesiące	Wypisujemy dane z zadania
$K = K_0 \left[\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) \cdot \frac{8}{12} + \left(1 + \frac{p_2}{100}\right) \cdot \frac{4}{12} \right]$ $K = 2000 \left[\left(1 + \frac{6,6}{100}\right) \cdot \frac{8}{12} + \left(1 + \frac{5,7}{100}\right) \cdot \frac{4}{12} \right]$ $K = 2000 \left(1,066 \cdot \frac{2}{3} + 1,057 \cdot \frac{1}{3} \right)$ $K = 2000 \cdot \frac{3,189}{3} = 2126$	Oprocentowanie $p_1\% = 6,6\%$ jest przez $\frac{8}{12}$ roku. Oprocentowanie $p_2\% = 5,7\%$ jest przez $\frac{4}{12}$ roku.
$O = 2126 - 2000 = 126$ Odp. Odsetki wynoszą 126zł	Obliczamy odsetki.

Przykład 7.4.4. Liczba mieszkańców miasta P systematycznie wzrasta o 10% w ciągu roku w stosunku do roku poprzedniego. Ile mieszkańców będzie liczyło miasto P na koniec roku 2009, jeśli na koniec 2005 roku miasto liczyło 400 000 mieszkańców.

Rozwiązanie	Komentarz
$P_0 = 400000$ - wielkość początkowa (liczba mieszkańców na koniec 2005r.) $n = 4$ - liczba obliczeń procentu (liczba lat) $p\% = 10\%$	Procent składany ma zastosowanie nie tylko w obliczeniach bankowych. Wypisujemy dane z zadania
$P = P_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ $P = 400000 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^4$ $P = 400000 \cdot (1,1)^4$ $P = 400000 \cdot 1,4641$ $P = 585640$ <p>Odp. W mieście P na koniec 2009r będzie mieszkało 585640 osób.</p>	Do rozwiązania zadania zastosujemy wzór $P = P_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$, gdzie P oznacza liczbę mieszkańców na koniec 2009r.

ĆWICZENIA

Ćwiczenie 7.4.1. (2pkt.) Do jakiej kwoty wzrośnie kapitał w wysokości 2000 zł, złożony na dwa lata, jeżeli roczna stopa procentowa wynosi 4%, a odsetki kapitalizowane są co pół roku.

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Wpisanie danych do odpowiedniego wzoru.	1
2	Podanie kapitału końcowego.	1

Ćwiczenie 7.4.2. (2pkt.) Pan X zaciągnął w banku kredyt wysokości 10 000zł. Co roku bank nalicza odsetki w wysokości 10%. Kredyt wraz z odsetkami ma być spłacony jednorazowo, po n latach. Na ile lat został zaciągnięty kredyt, jeśli trzeba będzie spłacić 13 310zł ?

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Zapisanie równania z niewiadomą n .	1
2	Podania na ile lat został zaciągnięty kredyt.	1

Ćwiczenie 7.4.3. (2pkt.) Właściciel działki kopał rów w ten sposób, że każdego dnia wykopał odcinek o 20% dłuższy niż dnia poprzedniego. Jakiej długości wykopał rów pierwszego dnia, jeżeli piątego dnia wykopał rów długości 41,472m?
Odpowiedź podaj z dokładnością do trzech miejsc po przecinku.

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Wpisanie danych do odpowiedniego wzoru i zapisanie równania.	1
2	Podanie długości wykopu pierwszego dnia.	1